

**PROGRAMMA SVOLTO**

CLASSE	VALS	DISCIPLINA	MATEMATICA
DOCENTE	Prof.ssa ANTONIA BERGAMASCHI	A.S.	2020/2021

**AVVERTENZE:** I titoli dei capitoli e dei paragrafi fanno riferimento ai libri di testo in adozione.  
È stata svolta la dimostrazione dei teoremi contrassegnati con (\*).

***Le funzioni e le loro proprietà***

Ripasso del concetto di funzione reale a variabile reale; caratteristiche dei grafici cartesiani: i grafici delle funzioni elementari, dominio di una funzione (in particolare determinazione del C.E. di funzioni algebriche e trascendenti), funzioni monotone, zeri di una funzione, segno di una funzione, simmetrie notevoli, i grafici di funzione e le trasformazioni geometriche, periodicità, composizione di funzioni, funzione inversa.

***I limiti di funzioni***

Topologia della retta dei numeri reali e insiemi infiniti; intervalli, gli intorno di un punto; insiemi limitati e illimitati; estremi di un insieme, massimo, minimo; intorno di un punto; punti di accumulazione e punti isolati; punti interni, esterni e di frontiera; insiemi chiusi e insiemi aperti.

Limiti delle funzioni reali: il limite; la definizione di limite di una funzione; il significato della definizione; la verifica di un limite; le funzioni continue; limite sinistro e limite destro; definizioni di limite coinvolgenti l'infinito; limite per difetto e per eccesso; gli asintoti verticali e orizzontali; teoremi sui limiti, teorema di unicità del limite (\*), di permanenza del segno e del confronto.

***Il calcolo dei limiti e le funzioni continue***

Le operazioni sui limiti finiti e infiniti; continuità e limiti delle funzioni composte; continuità della funzione inversa; il calcolo dei limiti e le forme di indeterminazione; limiti notevoli e calcolo del limite: in particolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \quad (*) \quad \text{e limiti dedotti } (*), \quad \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e \quad \text{e limiti dedotti } (*).$$

Le funzioni continue: definizione di funzione continua in un punto; continuità in un intervallo; continuità delle funzioni elementari polinomiali, esponenziale e logaritmica e trigonometriche.

I teoremi sulle funzioni continue: proprietà delle funzioni continue in un intervallo e teorema di Weierstrass, dei valori intermedi, di esistenza degli zeri. I punti di discontinuità di una funzione: i punti di discontinuità di prima, seconda e terza specie.

Gli asintoti e la loro ricerca: asintoti verticali, orizzontali e obliqui. Il grafico probabile di una funzione.

***La derivata di una funzione***

La derivata di una funzione: il problema della tangente, il rapporto incrementale, definizione di derivata e significato geometrico (\*); il calcolo della derivata, la derivata destra e sinistra; rette tangenti e normali a una curva; i punti stazionari; punti di non derivabilità (punto angoloso, cuspide e flesso a tangente verticale). Continuità e derivabilità; derivata delle funzioni fondamentali (\*); regole di derivazione per la somma, il prodotto e il quoziente di funzioni; derivate delle funzioni trigonometriche; derivata della funzione composta; derivate di ordine supe-

riore al primo; derivata della funzione inversa; derivata della funzione  $y = [f(x)]^{g(x)}$ ; definizione di differenziale di una funzione.

### ***I teoremi del calcolo differenziale***

Teoremi fondamentali: punti estremanti di una funzione, teorema di Rolle ( \* ) ; teorema di Lagrange o del valor medio e teoremi da esso dedotti; le funzioni crescenti e decrescenti e le derivate; teorema di Cauchy; il teorema di De L'Hospital: risoluzione delle varie forme indeterminate e il confronto di infiniti e infinitesimi.

### ***I massimi, i minimi e i flessi***

I massimi e i minimi assoluti e relativi di una funzione; la concavità e i flessi; studio del segno della derivata prima; studio del segno della derivata seconda; estremi di una funzione non derivabile in un punto. Semplici problemi di massimo e di minimo.

### ***Lo studio delle funzioni***

Studio del grafico di una funzione  $y=f(x)$ : funzioni polinomiali, razionali fratte, irrazionali, esponenziali, logaritmiche, goniometriche, con valori assoluti. I grafici di una funzione e della sua derivata.

Risoluzione approssimata di un'equazione: il metodo di bisezione.

### ***Gli integrali indefiniti***

Le funzioni primitive; le proprietà dell'integrale indefinito; integrali immediati; integrazione per decomposizione; integrale delle funzioni la cui primitiva è una funzione composta. Integrazione per sostituzione; integrazione per parti; integrazione delle funzioni razionali fratte. I grafici di una funzione e di una sua primitiva.

### ***Gli integrali definiti***

Il problema della determinazione di un'area e l'integrale definito. I teoremi del calcolo integrale: il teorema della media; il teorema fondamentale del calcolo integrale (di Torricelli-Barrow); il calcolo dell'integrale definito (formula di Leibniz-Newton) Applicazioni: calcolo di aree di figure piane; calcolo dei volumi dei solidi. Cenni agli integrali impropri.

Libro di testo utilizzato:

Bergamini Massimo / Trifone Anna / Barozzi Graziella  
Matematica.blu 2.0 Con Tutor Seconda edizione vol.5  
Zanichelli

Appunti, file, esempi svolti, approfondimenti forniti dall'insegnante.

Cesano Maderno, _13   05   2021 _	Firma Docente	
Firme studenti		